

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАТИКИ

«Утверждаю»:

Декан  Сущенко С.П.

« 17 » января 2011 г.

Рабочая программа дисциплины
«Математическое моделирование»

Направление подготовки

230700 Прикладная информатика

Квалификация (степень) выпускника

Магистр

Форма обучения

Очная

Томск
2010

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математическое моделирование» являются получение теоретических знаний по математическому моделированию и приобретение практических навыков компьютерного математического моделирования при проектировании и исследовании различных систем и процессов методами математического моделирования.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Раздел образовательной программы: М.1. Общенаучный цикл. Базовая часть.

Для изучения курса необходимо знание следующих дисциплин:

- математический анализ;
- алгебра и геометрия;
- дифференциальные и разностные уравнения;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- дискретная математика;
- программирование.

Для того чтобы приступить к изучению курса «Математическое моделирование», студент должен обладать следующими знаниями и умениями:

- знать математический анализ, алгебру и геометрию, дифференциальные и разностные уравнения, теорию вероятностей и математическую статистику, дискретную математику;
- знать основы компьютерных технологий и языков программирования;
- уметь строить алгоритмы решения поставленной задачи;
- уметь разрабатывать программы для ЭВМ.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля).

Курс «Математическое моделирование» способствует выработке у студента следующих компетенций:

- способность на практике применять новые научные принципы и методы исследований (ПК-3);
- способность формализовывать задачи прикладной области, при решении которых возникает необходимость использования количественных и качественных оценок (ПК-6);
- способность проводить научные эксперименты, оценивать результаты исследований (ПК-8);
- способность анализировать данные и оценивать требуемые знания для решения нестандартных задач с использованием математических методов и методов компьютерного моделирования (ПК-12);
- способность анализировать и оптимизировать прикладные и информационные процессы (ПК-13);
- способность организовывать работы по моделированию прикладных ИС и реинжинирингу прикладных и информационных процессов предприятия и организации (ПК-20);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основы теории математического моделирования;
- динамические оптимизационные модели; математические модели оптимального управления для непрерывных и дискретных процессов, их сравнительный анализ;
- основные аналитические модели и численные методы математического моделирования;
- программные средства математического моделирования;

уметь:

- применять эти знания в исследовательской и прикладной деятельности, требующей использование методов математического моделирования;

владеть:

- методами оптимального управления непрерывными и дискретными процессами для оп-

тимизации прикладных и информационных процессов;

- технологиями компьютерного математического моделирования;
- навыками аналитического и численного математического моделирования.

Успешно освоившим дисциплину считается студент, обладающий знанием математической теории моделирования и современных методов компьютерного математического моделирования и продемонстрировавший в ходе выполнения лабораторных заданий практические навыки в использовании этих знаний.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) «Математическое моделирование»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачётные единицы, 72 часа.

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудо- емкость (в часах)				Формы теку- щего контро- ля успеваемо- сти (по неде- лям семестра) Форма про- межуточной аттестации (по семестрам)
				все- го	лек- ции	лабо- рати- рии	само- стоя- тель- ная ра- бота	
1	Математические модели оптимального управления для непрерывных и дискретных процессов	1	1 2 3 4	14	6	2	6	Контр. раб. №1 (5-я неделя)
2	Математические схемы моделирования систем (D, Q-схемы)	1	6 7 8 9	18	6	2	10	Лаб. раб. №1 Контр. раб. №2 (10-я неделя)
3	Моделирование систем с использованием типовых математических схем. Программный инструментарий моделирования	1	11 12 13 14	18	6	2	10	Лаб. раб. №2 Контр. раб. №3 (15-я неделя)
4	Статистическое моделирование систем	1	16 17 18 19	22	6	2	14	Лаб. раб. №3, Контр. раб. №4 (20-я неделя)
	Итого:			72	24	8	40	

Содержание лекционного курса

Тема 1. Математические модели оптимального управления для непрерывных и дискретных процессов

Динамические системы и процессы. Задача оптимизации. Основы вариационного исчисления. Формализм Лагранжа и Гамильтона. Уравнение Эйлера для экстремали. Принцип максимума Понтрягина. Основы теории оптимального управления непрерывными и дискретными системами и процессами. Задача аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР). Вывод уравнений модели.

Тема 2. Математические схемы моделирования систем

2.1. Основные подходы к построению математических моделей систем

Понятие математической схемы модели. Формальная модель объекта. Входные воздействия, воздействия внешней среды, внутренние параметры системы, выходные характеристики. Управляемые и неуправляемые переменные. Детерминированные и стохастические составляющие. Статические и динамические модели. Состояния модели. Пространство состояний. Фазовая траектория модели в пространстве состояний. Типовые схемы моделей и их краткое описание.

2.2. Непрерывно-детерминированные динамические модели (D-схемы). Динамические системы

Определение D-схемы. Описание D-схем дифференциальными и разностными уравнениями. Примеры (модель «хищник–жертва», система автоматического регулирования). Задача аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР).

2.3. Непрерывно-стохастические модели (Q-схемы). Системы массового обслуживания

Определение Q-схемы. Типовая модель системы массового обслуживания (СМО). Процесс обслуживания. Заявки (требования), ожидание обслуживания, завершение обслуживания. Их случайный характер. Схема простейшей СМО. Прибор обслуживания. Источник заявок. Накопитель, его ёмкость. Канал обслуживания. Потоки заявок и потоки обслуживания.

Определение и свойства простейшего потока событий. Вызывающие моменты. Однородный и неоднородный потоки. Поток с ограниченным последствием. Ординарный поток. Условие ординарности. Вероятностное описание ординарного потока. Интенсивность потока. Стационарный поток. Его вероятностное описание.

Композиция элементарных приборов обслуживания. Сети СМО. Многоканальные и многофазные СМО (Q-схемы). Оператор сопряжения. Разомкнутые и замкнутые Q-схемы. Обратные связи. Параметры Q-схемы. Системы с потерями, с ожиданием, смешанные. Алгоритмы (дисциплины) ожидания и обслуживания. Неоднородность заявок. Классы приоритетов. Статические и динамические приоритеты. Относительные и абсолютные приоритеты. Блокировки канала по входу и выходу. Правила блокировок. Оператор функционирования Q-схемы. Общее формальное описание Q-схемы. Обозначения Д. Кендалла для СМО. Пример полного математического описания функционирования СМО (M/M/1).

3. Моделирование систем с использованием типовых математических схем. Программный инструментарий моделирования

Понятие моделирующего алгоритма. Блочный (модульный) принцип моделирования. Типовая укрупнённая блок-схема моделирующего алгоритма. Описание основных типов модулей.

Обзор программных средств математического моделирования (MATLAB, GPSS). Подсистемы моделирования Simulink, Stateflow, SimEvents системы MATLAB. Краткое описание их назначения и возможностей. Примеры математического моделирования в подсистемах Simulink, Stateflow, SimEvents системы MATLAB.

4. Статистическое моделирование систем

4.1. Общая характеристика и сущность метода статистического моделирования

Метод статистического моделирования (метод статистических испытаний, метод Монте-Карло). Пример задачи статистического моделирования стохастической системы. Статисти-

ческий ансамбль реализаций моделирования. Статистическая обработка ансамбля реализаций.

4.2. Сводка некоторых предельных теорем теории вероятностей, являющихся теоретической основой статистического моделирования

Неравенство Чебышёва. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона. Теорема Чебышёва. Обобщённая теорема Чебышёва. Теорема Маркова. Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова). Теорема Лапласа.

4.3. Псевдослучайные последовательности (датчики случайных чисел) и их преобразования

Программные датчики случайных чисел. Равномерное непрерывное распределение. Невозможность его получения на ЭВМ с конечной разрядной сеткой. Квазиравномерное распределение. Рекуррентные алгоритмы получения псевдослучайных чисел. Алгоритмы первого порядка. Исторически первый алгоритм – метод серединных квадратов. Его недостатки. Понятие конгруэнтности целых чисел. Конгруэнтные процедуры получения псевдослучайных чисел. Мультипликативный метод. Конгруэнтный датчик псевдослучайных чисел. Подробное описание алгоритма. Нелинейные преобразования квазиравномерных псевдослучайных чисел. Датчики псевдослучайных чисел с экспоненциальным, нормальным и др. распределениями.

Лабораторный практикум

Лабораторная работа №1. Моделирование развития популяции «хищник–жертва» в системе Simulink (на примере уравнений Лотки-Вольтерры и Холлинга-Тэннера).

Цель работы: Моделирование системы «хищник–жертва» в визуальной среде Simulink.

Содержание работы.

Изучение функциональных возможностей и средств моделирования в визуальной среде моделирования Simulink системы MATLAB. Реализация D-модели системы «хищник–жертва» (на примере уравнений Лотки-Вольтерры и/или Холлинга-Тэннера). Наблюдение траекторий развития популяций при различных начальных условиях.

Лабораторная работа №2. Моделирование системы оптимального управления линейным динамическим объектом.

Цель работы: Моделирование системы оптимального управления линейным динамическим объектом в визуальной среде Simulink.

Содержание работы.

Реализация D-схемы модели системы оптимального управления линейным динамическим объектом на основе уравнений аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР) в визуальной среде моделирования Simulink системы MATLAB. Исследование зависимости качества управления от ресурса управления.

Лабораторная работа №3. Моделирование системы массового обслуживания.

Цель работы: Моделирование системы массового обслуживания в визуальной среде Simulink или SimEvents.

Содержание работы.

Реализация Q-модели многофазной k-канальной системы массового обслуживания типа M/M/k/h с конечной ёмкостью h накопителя в визуальной среде моделирования Simulink или SimEvents системы MATLAB. Нахождение статистических характеристик потоков событий в системе.

Примечание: лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе с использованием системы программирования MATLAB и её подсистем моделирования Simulink, Stateflow, SimEvents. Студенты осваивают подсистемы моделирования системы MATLAB и

выполняют задания по программной реализации и исследованию математических моделей различных типов.

5. Образовательные технологии

В ходе преподавания дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- компьютерные симуляции;
- самостоятельная внеаудиторная работа студентов по изучению программного инструментария моделирования и программированию алгоритмов реализации схем моделирования на компьютере в соответствии с лабораторными заданиями;
- разбор конкретных ситуаций, связанных с практикой выполнения лабораторных работ по математическому моделированию;

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине организуется в следующих формах:

1) самостоятельное изучение основного теоретического материала и методов работы с инструментальными средствами математического моделирования, ознакомление с дополнительной литературой и Интернет-ресурсами;

2) индивидуальное внеаудиторное выполнение лабораторных работ с самостоятельной разработкой и отладкой моделей в подсистемах моделирования Simulink, Stateflow, Simevents системы MATLAB и последующей демонстрацией и сдачей преподавателю результатов компьютерного исследования в компьютерном классе.

В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы используется основная и дополнительная литература по предмету, Интернет-ресурсы, материал лекций, указания, выданные преподавателем при проведении лабораторных работ.

Темы лабораторных работ для самостоятельной работы:

Лабораторная работа №1. Моделирование развития популяции «хищник–жертва» в системе Simulink (на примере уравнений Лотки-Вольтерры и Холлинга-Тэннера).

Лабораторная работа №2. Моделирование системы оптимального управления линейным динамическим объектом.

Лабораторная работа №3. Моделирование системы массового обслуживания.

В процессе демонстрации и сдачи студентом лабораторных работ преподаватель осуществляет **текущий контроль** усвоения материала курса, знаний и умений студента.

Промежуточная аттестация студентов по итогам освоения частей (разделов) дисциплины «Математическое моделирование» осуществляется ежемесячно во время четырех контрольных сессий (5, 10, 15 и 20 недели) по результатам письменных **контрольных работ** по соответствующим **частям** курса. Оценка за курс может быть получена как среднее арифметическое оценок, полученных на контрольных сессиях.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации

Вопросы для контрольной работы №1:

1. Динамические системы и процессы. Задачи их оптимизации.
2. Основные понятия вариационного исчисления. Экстремаль функционала. Формализм Лагранжа и Гамильтона. Уравнение Эйлера для экстремали.
3. Принцип максимума Понтрягина. Основы теории оптимального управления непрерывными и дискретными системами и процессами.
4. Линейно-квадратичная задача аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР).
5. Что такое математическая модель системы? Связь понятий объекта, окружающей среды и объекта-заместителя.
6. Как определяется понятие «моделирование»? Чем занимается теория моделирования?
7. Что называется гипотезой и аналогией в исследовании систем? Пример аналогии.
8. Что такое процесс функционирования системы?
9. Понятия полноты и адекватности модели.
10. Что собой представляет математическое моделирование систем? В чем его отличие от других видов моделирования?
11. Какие особенности характеризуют математическое моделирование? Чем имитационная модель отличается от аналитической модели?
12. В чём суть метода статистического моделирования на ЭВМ?

Вопросы для контрольной работы №2:

13. Что называется математической схемой?
14. Что называется законом функционирования системы? Что понимается под алгоритмом функционирования? В чём отличие этих понятий?
15. Что называется статической и динамической моделями объекта?
16. Классификация видов моделирования систем.
17. D-схемы моделирования. Их сущность и условия применимости. Пример D-схемы.
18. Понятие непрерывно-стохастической модели (Q-схемы). Характерные особенности. Область применения. Пример простейшей СМО, ее состав.
19. Потoki событий. Вызывающие моменты. Однородные и неоднородные потоки. Детерминированные и случайные потоки. Поток с ограниченным последствием.
20. Ординарный поток событий. Его вероятностное описание. Стационарный поток. Интенсивность ординарного нестационарного и стационарного потока.
21. Описание структуры и процесса функционирования простейшей СМО. Что такое обслуживающий прибор, накопитель, канал? Чем они характеризуются? Что такое поток заявок и поток обслуживания? Чем они характеризуются? Понятие состояния прибора обслуживания.
22. Что такое сети массового обслуживания? Понятия многоканальности и многофазности. Что такое оператор сопряжения? Как изображаются и что выражают связи в Q-схеме? Разомкнутые и замкнутые Q-схемы. Собственные параметры Q-схемы. Понятия СМО с потерями и ожиданиями.
23. Алгоритмы (дисциплины) ожидания и обслуживания в СМО. Однородность и неоднородность заявок. Статические и динамические приоритеты. Абсолютные и относительные приоритеты. Блокировки канала обслуживания. Понятие оператора алгоритмов поведения заявок.
24. Множества, характеризующие Q-схему (СМО) с общим виде. Упрощающие предположения. Классическая СМО. Обозначение Кендалла.
25. Аналитическое описание простейшей классической СМО. Дифференциальные уравнения функционирования. Точка равновесия. Равновесное распределение состояний

СМО. Геометрическое распределение. Математическое ожидание и дисперсия числа заявок в приборе и накопителе. Среднее время ожидания заявки в накопителе.

Вопросы для контрольной работы №3:

26. Блочная структура модели. Понятия времён прогона модели и моделирования. Моменты смены состояний блоков и модели в целом. Массивы, отражающие динамику функционирования модели.
27. Типовая укрупнённая схема моделирующего алгоритма. Назначение основных модулей.
28. Пример структуры системы, представленной в виде Q-схем. Элементы структуры, потоки, переменные, параметры, уравнения. Рекуррентное правило моделирования событий. Принцип распространения смены состояний.
29. Принципы Δt и δz построения алгоритмов моделирования. Классификация возможных способов построения моделирующих алгоритмов Q-схем. Их суть.
30. Массивы состояний при математическом моделировании Q-схем.
31. Детерминированный моделирующий алгоритм. Логика его работы.
32. Синхронный моделирующий алгоритм. Логика его работы.
33. Асинхронный моделирующий алгоритм с циклическим просмотром состояний. Логика его работы.
34. Асинхронный моделирующий алгоритм со спорадическим просмотром состояний. Логика его работы.
35. Возможные модификации моделирующих алгоритмов Q-схем.
36. Учёт отказов в Q-схемах.

Вопросы для контрольной работы №4:

37. Сущность метода статистического моделирования. Время прогонки модели и время моделирования. Многократные прогоны и усреднение. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).
38. Стохастическая задача рекуррентного вычисления математического ожидания.
39. Требования к датчикам случайных чисел. Способы генерации случайных чисел. Их достоинства и недостатки.
40. Равномерное распределение, его плотность и интегральная функция распределения. Вычисление математического ожидания и дисперсии.
41. Квазиравномерное распределение, его математическое ожидание и дисперсия.
42. Рекуррентная схема построения датчика псевдослучайных чисел. Метод серединных квадратов генерации псевдослучайных чисел. Его недостатки.
43. Понятие конгруэнтности целых чисел. Конгруэнтные процедуры генерации псевдослучайных чисел.
44. Мультипликативный и смешанный методы реализации конгруэнтной процедуры генерации псевдослучайных чисел. Алгоритм мультипликативного метода построения последовательности псевдослучайных чисел для двоичной машины. Пример работы алгоритма.
45. Нелинейные преобразования квазиравномерных псевдослучайных чисел. Датчики псевдослучайных чисел с экспоненциальным, нормальным и др. распределениями.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2001. – 343 с. (Есть электронная версия.)
2. Параев Ю.И. Теория оптимального управления: Учебное пособие. – Томск: Изд-во НТЛ, 2004. – 168 с.

3. Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 SP1/7.0 + Simulink 5/6. Основы применения. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с. (Есть электронная версия.)
4. Черных И.В. Simulink: Инструмент моделирования динамических систем. – Электронный ресурс: <http://matlab.exponenta.ru/simulink/default.php>. Режим доступа – свободный. (Есть электронная версия.)
5. Рогачёв Г.Н. Stateflow 5. Руководство пользователя. – Электронный ресурс: http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/lcopy/Matlab_RU/stateflow/book1/index.asp.htm. Режим доступа – свободный. (Есть электронная версия.)
6. Matcovschi, M.H., Mahulea, C. and Pastravanu, O. Learning about Petri Net Toolbox. For Use with MATLAB. Version 2.1. – Gh. Asachi Publishing House, Iasi, 2005. – Электронный ресурс: http://www.ac.tuiasi.ro/pntool/Learning_PN_Toolbox.pdf. Режим доступа – свободный. (Есть электронная версия.)

б) дополнительная литература:

1. Рогачёв Г.Н. Примеры использования Stateflow. – Электронный ресурс: <http://matlab.exponenta.ru/stateflow/book2/index.php>. Режим доступа – свободный. (Есть электронная версия.)
2. SimEvents Getting Started Guide. – Электронный ресурс: http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/simevents/simevents_gs.pdf. Режим доступа – свободный. (Есть электронная версия.)
3. SimEvents User's Guide. – Электронный ресурс: http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/simevents/simevents_ug.pdf. Режим доступа – свободный. (Есть электронная версия.)
4. Томашевский В., Жданова Е. Имитационное моделирование в среде GPSS. – М.: Бестселлер, 2003. – 416 с. (Есть электронная версия.)
5. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с. (Есть электронная версия.)
6. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. – М.: ДМК Пресс, 2004. – 320 с. (Есть электронная версия.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Пакет прикладных программ для компьютерного моделирования и вычислений MATLAB for Windows (лицензионный).

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Компьютерные классы, оборудованные компьютерной техникой с соответствующим лицензионным программным обеспечением (MATLAB for Windows), средствами проведения презентаций и выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению и профилю подготовки 230700 Прикладная информатика.

Автор: д.т.н., профессор, д.т.н. Поддубный Василий Васильевич.

Рецензент: профессор, к.ф.-м.н. Гладких Борис Афанасьевич.

Программа одобрена на заседании кафедры прикладной информатики ТГУ от 01.12.2010 протокол № 50